

SYNTEZA ENERGETYCZNIE OPTIMALNYCH OBWODÓW KOMPENSACYJNYCH I DOPASOWUJĄCYCH

Synthesis of the Optimal Matching and Compensatory Power Circuits

Maciej SIWCZYŃSKI

Marcin JARACZEWSKI

Politechnika Krakowska

Streszczenie: Celem niniejszej pracy jest sformułowanie oryginalnych procedur syntezy liniowych obwodów o dowolnej strukturze z okresowo zmiennymi parametrami w klasie elementów G , GC , RL , realizowanych za pomocą energoelektronicznej, sterowanej gałęzi uniwersalnej.

Rozważania oparto na zasadzie wariacyjnej. Zasada wariacyjna polega na wyznaczeniu optymalnego rozkładu sygnałów napięciowych i prądowych w sieci w taki sposób, aby rozkład ów minimalizował zadany funkcjonal.

Dla sygnałów okresowych będących warunkami na brzegu (wrotach) — mając daną strukturę układu — syntetyzujemy operatory impedancji wewnętrznych układu, znajdując dla każdej chwili optymalne okresowo zmienne wartości prądów i napięć gałęziowych.

Summary: The aim of the paper is formulation of original procedures concerning linear circuit synthesis of any structure with periodically time varying elements in G , GC or RL class, employing universal power electronic controlled branches. These procedures are based on the variation principle. The variation principle consists in determining an optimal voltage and current signal distribution in a network in such a way that the distribution shall minimise the assumed functional. For periodical signals, which are conditions on the bounds (ports)—having a given system structure—we synthesise inner impedance operator of the system by finding for each time instant the optimal, periodical time varying values of branch current and voltage.

Słowa kluczowe: optymalizacja, kompensacja, synteza

Key words: optimization, compensation, synthesis

1. WSTĘP

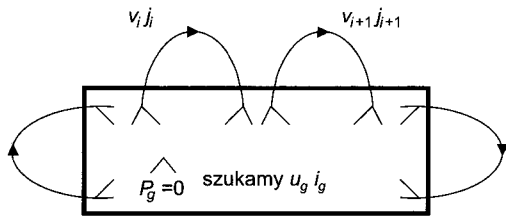
1.1. Współczesny stan badań

Punktem wyjścia teorii, której dotyczy praca, jest teoria mocy. Początki teorii mocy sięgają lat 20., kiedy pojawiło się zainteresowanie obwodami o odkształconych przebiegach [1]. Poszukiwano wtedy tzw. mocy „nieczynnych”, których zadaniem było zwiększanie mocy czynnej do wielkości mocy pozornej. O ile udawało się to w przebiegach czysto sinusoidalnych, o tyle w przebiegach odkształconych było trudne. Obecnie uważa się że uogólnienie mocy biernej nie jest możliwe [3–11]. Już przed wojną pojawiały się prace w których zamiast mocy czynnej operowano tzw. prądem aktywnym niosącym zadaną moc czynną [16, 17], pozostały prąd „nieczynny” należało redukować. Ta koncepcja przetrwała do obecnych czasów i wydaje się lepsza niż koncepcja mocy. W latach 70. nastąpił rozwój teorii mocy opartej na koncepcji prądu

aktywnego [12–15, 18, 19]. Ostatnio pojęcie prądu aktywnego w obwodzie jednooczkowym z bezstratnym źródłem ($R_E = 0$), skojarzono z pewną zasadą wariacyjną (zasadą minimum), okazało się bowiem, że prąd minimalno-skuteczny niosący zadaną moc czynną, w szczególnym przypadku pokrywa się z prądem aktywnym opisanym wcześniej przez Fryzego (czysto intuicyjnie). Zasada wariacyjna jest jednak ogólniejsza i uwzględnia pewne nowe elementy np. opór wewnętrzny źródła [23–25, 31, 33–37].

Dalszy postęp polegał na doskonaleniu metod matematycznych poszukiwania prądów optymalnych dzięki analizie funkcjonalnej [25]. Umożliwiło to analizę problemu równoległe w dziedzinie czasu i częstotliwości. Szczególnie dziedzina czasu okazała się efektywna, ze względu na możliwość rozszerzenia analizy na układy parametryczne i nieliniowe. Poszukiwaniu prądów aktywnych towarzyszy zawsze problem syntezy obwodu kompensacyjnego.

Historia obwodów kompensacyjnych jest równie długa, ale jak dotąd nie doczekała się ostatecznego rozwiązania.



Rys. 1. Wielowrotnik i jego gałęzie zewnętrzne (porty)

Pewnym udoskonaleniem zwykłego kondensatora kompensującego moc bierną dla sygnałów sinusoidalnych były liniowe obwody reaktancyjne. Syntezę takich obwodów przy prostych strukturach dwójnikowych dokładnie opracowano [20, 23] i rozszerzono, okazało się bowiem, że same obwody reaktancyjne nie są wystarczające do uzyskania optymalnych prądów aktywnych. W tym celu konieczne było uzupełnienie struktur elementami $-R$, co wiązało się z koniecznością energetycznego uaktywnienia obwodu i dokonania syntezy tzw. filtru aktywnego. Jednakże filtry $\pm RLC$ okazują się nie w pełni satysfakcjonujące np. w sytuacjach nieliniowych, a ponadto metody ich projektowania są bardzo skomplikowane. Ostatnio pojawił się pomysł zastosowania do kompensacji pojedynczego parametrycznego kondensatora [23]. Pomysł ten później udoskonalono i rozszerzono na klasę parametrycznych GC lub parametrycznych RL [25]. Ostatecznie doprowadziło to do zastosowania tzw. uniwersalnej gałęzi sterowanej, opisanej w niniejszym opracowaniu.

1.2. Metodyka badań

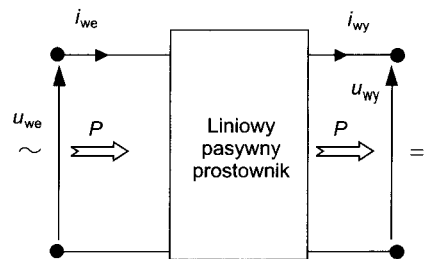
Wyjściowe warunki teoretyczne wskazują, że obwodem kompensacyjnym powinien być liniowy obwód z okresowo zmiennymi parametrami. Obwody takie opisane są liniowymi równaniami różniczkowymi o okresowo zmiennych współczynnikach (parametrach). Synteza polegałaby więc na zagadnieniu odwrotnym tj. wyznaczeniu współczynników tych równań na podstawie zadanych rozwiązań periodycznych. Problem taki postawiony w obwodzie elektrycznym okazuje się niejednoznaczny, bowiem liczba elementów — gałęzi obwodu — jest zawsze większa niż liczba równań Kirchhoffa [26–28, 32].

Aby rozwiązanie było jednoznaczne, niezbędne jest narzucenie dodatkowych warunków optimum. Takie warunki mogą być rozmaicie formułowane, mogą dotyczyć gładkości zmian parametrów [26] lub ograniczeń energetycznych (ograniczenie maksymalnej mocy chwilowej lub czynnej). Kryteria te wynikają z pewnych uwarunkowań technicznych i ekonomicznych, a ponadto muszą być matematycznie poprawnie postawione.

W pracy sformułowano warunki optimum i podano procedury ich rozwiązania. W wyniku tego otrzymano funkcję zmienności parametrów obwodu. Do ich rozwiązań zastosowano metody gradientowe. Otrzymano nowe, nieznane wcześniej rezultaty.

1.3. Wymierne efekty

Dotąd nieznanymi były w teorii obwodów efektywne metody syntezy obwodów o zmiennych parametrach. Z tego powodu wyniki otrzymane w tej pracy należy uznać za wartościowe. Ponadto obwody parametryczne są znacznie bardziej



Rys. 2. Obwód dopasowujący jako idealny prostownik pasywny

uniwersalne niż stosowane dotąd do kompensacji metody SLS. Dostarczenie zweryfikowanych procedur pozwalających na skonstruowanie rzeczywistych układów dopasowujących jest celem tej pracy.

2. ROZŁOŻENIE SYGNAŁU NA GAŁĘZIE CZWÓRNIKA (SIECI)

Zakładamy następujące dane (rys. 1):

- struktura wewnętrzna wielowrotnika
- sygnały napięć v_i i prądów j_i na brzegu (na portach) wielowrotnika
- wartości mocy czynnych gałęzi wewnętrznych wielowrotnika p_g (np. wszystkie równe zero.: $g \in \langle 1 \dots NGw \rangle$)

$$P_g = (u_g, i_g) = 0$$

NGw — liczba gałęzi wewnętrznych

Twierdzenie:

Dla zadanej wewnętrznej struktury wielowrotnika i zadanych wartości mocy czynnych gałęzi istnieje jednoznaczny rozkład napięć i prądów gałęziowych taki, że:

- a) forma kwadratowa — suma kwadratów mocy pozornych gałęzi wewnętrznych jest minimalna:

$$F = \sum_{g=1}^{NGw} (S_g)^2 = \sum_{g=1}^{NGw} (u_g, u_g) (i_g, i_g) \rightarrow \min$$

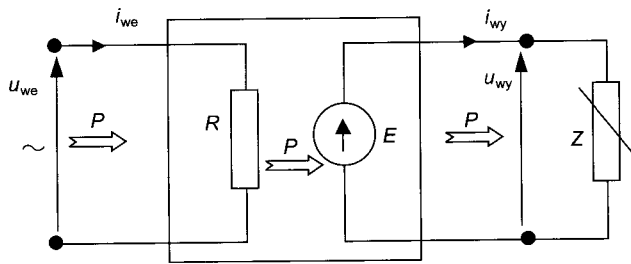
$$g \in \langle 1 \dots NGw \rangle \quad P_g = (u_g, i_g) = 0$$

- b) gdy ustalone są wszystkie prądy wewnętrzne i_g , forma kwadratowa (suma kwadratów) wartości skutecznych napięć gałęzi wewnętrznych (dla ustalonych prądów) jest minimalna:

$$F = \sum_{g=1}^{NGw} (U_{skg})^2 = \sum_{g=1}^{NGw} (u_g, u_g) \rightarrow \min$$

- c) gdy ustalone są wszystkie napięcia wewnętrzne u_g , suma kwadratów wartości skutecznych prądów wewnętrznych jest minimalna:

$$F = \sum_{g=1}^{NGw} (I_{skg})^2 = \sum_{g=1}^{NGw} (i_g, i_g) \rightarrow \min$$



Rys. 3. Zasada działania idealnego pasywnego prostownika

Postawmy następujący problem:

Chcemy zbudować prostownik prądu sinusoidalnego, który nie zniekształcałby napięcia zasilającego, a na wyjściu podawałby sygnały wyprostowane (rys. 2). Nie chodzi nam przy tym o regulację mocy dostarczanej do odbiornika, a jedynie o utrzymanie zadanego kształtu napięć i prądów na wejściu i wyjściu, tak, aby zapewnić optymalny stan pracy źródła i odbiornika.

Głównymi zatem warunkami zadania jest zapewnienie aby:

- na wejściu czwórnika były sygnały sinusoidalne i_{we} u_{we} , niosące moc czynną $P_{we} = P$
- na wyjściu czwórnika sygnały stałe i_{wy} u_{wy} , niosące moc czynną $P_{wy} = P$.

Czwórnik powinien być widziany przez zasilanie jako odbiornik typu R , a przez odbiornik jako źródło idealne napięcia stałego E (rys. 3).

Teoretycznie powinien istnieć taki układ dopasowujący, który nie pobiera, ani nie oddaje żadnej dodatkowej mocy, gdyż odbiornik ma zagwarantowaną jej ilość ze źródła $P_{wy} = P_{we}$.

Żałujemy, że jako układ dopasowujący (prostowniczy) chcemy zastosować czwórnik kształtu Π (rys. 4).

Pojawia się pytanie, jakie napięcia i prądy muszą realizować poszczególne gałęzie czwórnika, aby spełnić warunki zadania.

W naszym przypadku wszystkie napięcia wewnętrzne czwórnika są z góry określone:

$$u_1 = u_{we}$$

$$u_2 = u_{we} - u_{wy}$$

$$u_3 = u_{wy}$$

Wśród prądów wewnętrznych jeden możemy przyjąć dowolnie, np. sygnał i_2 — wtedy i_1 i i_3 można wyznaczyć w zależności od i_2 :

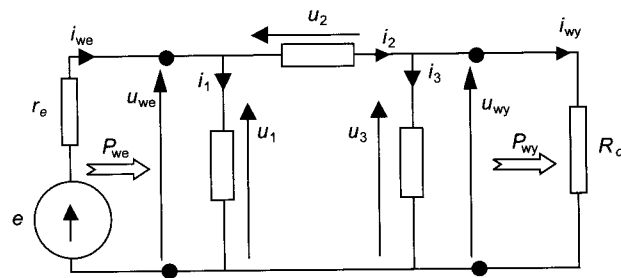
$$i_1 = i_{we} - i_2$$

$$i_2 \text{ — dowolne}$$

$$i_3 = i_2 - i_{wy}$$

Istnieje niejednoznaczność w dobieraniu sygnału i_2 , dla wielu bowiem i_2 spełnione są prawa Kirchhoffa oraz:

1) bierność czwórnika, która wynika z bilansu mocy na wejściach:



Rys. 4. Schemat układu zasilającego z czwórnikiem dopasowującym kształtu Π

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + P_3 &= (i_1, u_1) + (i_2, u_2) + (i_3, u_3) = \\ &= (i_{we} - i_2, u_{we}) + (i_2, u_{we} - u_{wy}) + (i_2 - i_{wy}, u_{wy}) = \\ &= (i_{we}, u_{we}) - (i_{wy}, u_{wy}) = P_{we} - P_{wy} = \delta P = 0 \end{aligned}$$

gdzie:

(i, u) — iloczyn skalarny napięcia i prądu;

2) bierność każdej z jego gałęzi natomiast, sprowadza się do jednego warunku, np. $P_2 = 0$:

$$P_1 = 0 \quad (i_{we} - i_2, u_{we}) = 0$$

$$P_3 = 0 \quad (i_2 - i_{wy}, u_{wy}) = 0$$

$$P_2 = 0 \quad (i_2, u_{we} - u_{wy}) = 0$$

a ten nie określa jednoznacznie sygnału u_2 ;

3) można znaleźć tylko jeden taki sygnał i_2 , który spełniałby dodatkowy warunek, np.:

$$i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 \rightarrow \min$$

Wszystkie podane warunki da się zapisać w postaci funkcjonału Lagrange'a:

$$(i_1, i_1) + (i_2, i_2) + (i_3, i_3) + x_1 P_1 + x_3 P_3 \rightarrow \min$$

$$P_1 = 0 \quad (1)$$

$$P_3 = 0$$

gdzie: x_1, x_3 — współczynniki Lagrange'a; $x_2 P_2$ nie wchodzi do warunku, gdyż P_2 można wyliczyć z bilansu mocy $P_2 = \delta P - P_1 - P_3$.

W rzeczywistych warunkach zachodzić będą straty mocy w czwórniku:

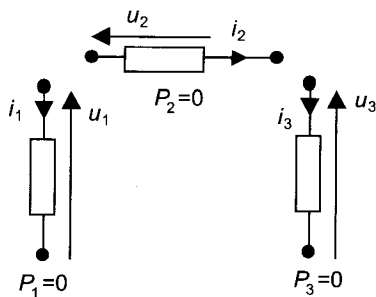
$$P_{we} - P_{wy} = \delta P > 0$$

Pobrana nadwyżka mocy wydzieli się na rezystancjach gałęzi wewnętrznych, proporcjonalnie do kwadratu wartości skutecznych prądów gałęzi $(I_{sk})_g^2$.

Zmodyfikowany funkcjonał Lagrange'a ma postać:

$$(i_1, i_1) + (i_2, i_2) + (i_3, i_3) + x_1 P_1 + x_2 P_2 \rightarrow \min$$

3. REALIZACJA POSZCZEGÓLNYCH GAŁĘZI CZWÓRNIKA



Rys. 5. Pary sygnałów gałęzi i_g , u_g czwornika dopasowującego

$$P_1 = (i_1, i_1) R_1 \quad (2)$$

$$P_2 = (i_2, i_2) R_2$$

Po rozwiązaniu funkcjonu (1) dysponujemy już odpowiednimi parami sygnałów gałęzi u_g i i_g dla wszystkich gałęzi wewnętrznych czwornika (rys. 5 i 6).

Podobne zagadnienie może być rozwiązane również dla dowolnego wielowrotnika.

Aby poszczególne gałęzie mogły wytworzyć obliczone przebiegi napięć i prądów, potrzebna jest gałąź uniwersalna, która zdolna jest realizować dowolną zależność między sygnałami u_g a i_g .

Gałąź uniwersalna wykonana jest z połączenia układu stacjonarnego oraz źródła sterowanego i umożliwia realizację zadanej dowolnie pary sygnałów $u(t)$, $i(t)$.

Prototypem gałęzi uniwersalnej był układ do generacji prądu rozruchowego o zmiennej częstotliwości, w którym źródło energii zastąpiono kondensatorem, a blok sterujący realizuje określony algorytm w celu wygenerowania $e(t)$. Użycie kondensatora jako magazynu energii daje w efekcie bierność elektryczną gałęzi uniwersalnej (rys. 7).

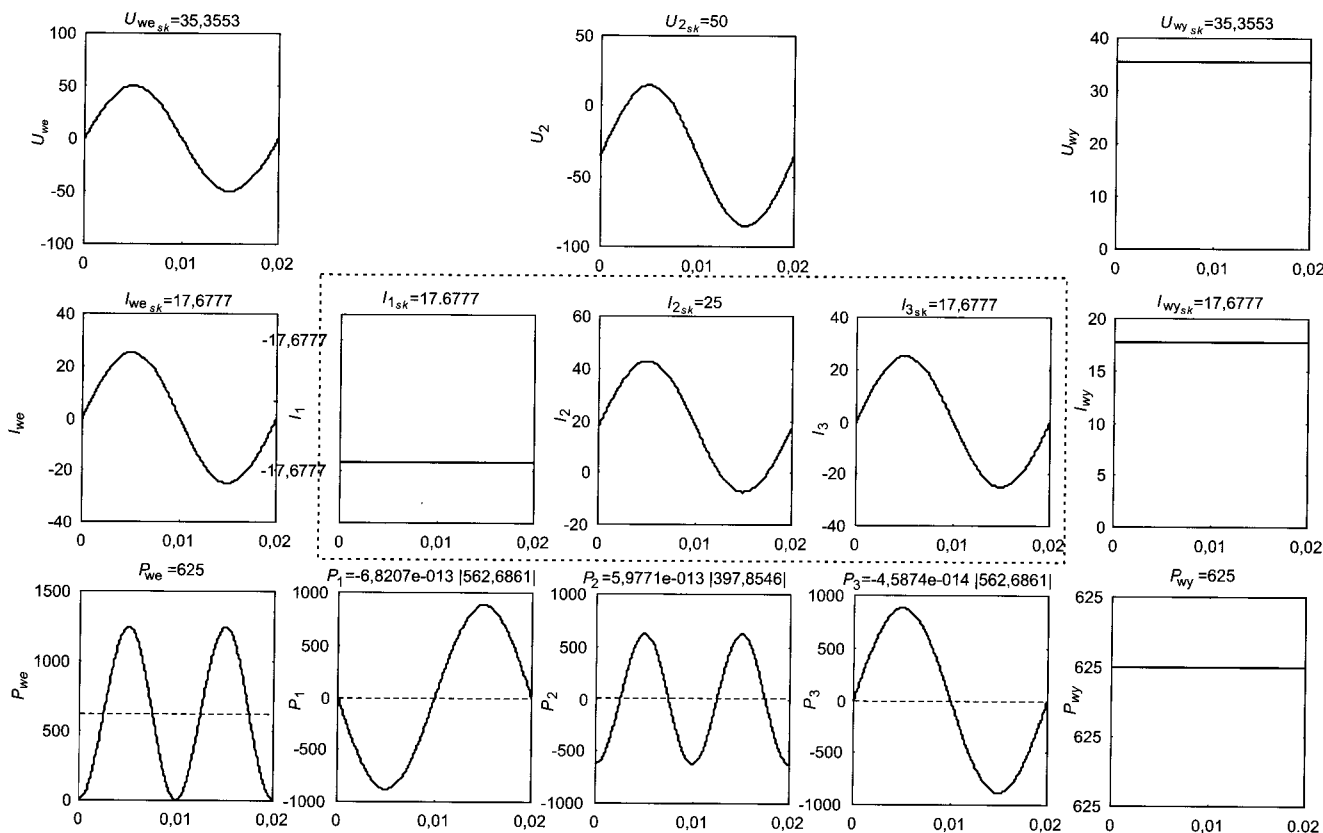
Dla obliczonych wcześniej sygnałów gałęziowych i oraz u wyznaczamy e z równania gałęzi:

$$e(t) = u(t) + Ri(t) + L \frac{d}{dt} i(t) \quad (3)$$

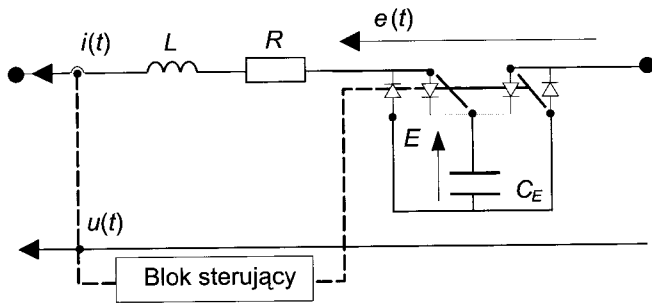
lub

$$\int_{n\tau}^{(n+1)\tau} e(t) dt = \int_{n\tau}^{(n+1)\tau} [u(t) + ri(t)] dt + L[i((n+1)\tau) - i(n\tau)]$$

zakładając, że każdy sygnał x jest stały w czasie jednej próbki:



Rys. 6. Przebiegi sygnałów gałęzi i_g , u_g czwornika dopasowującego



Rys. 7. Schemat biernej gałęzi uniwersalnej realizującej sygnały $u(t)$, $i(t)$

$$\int_{n\tau}^{(n+1)\tau} x(t) dt \cong x_n \tau = x(n\tau)\tau$$

Stąd dostajemy zależność na całkę $e(t)$:

$$\frac{1}{\tau} \int_{n\tau}^{(n+1)\tau} e(t) dt = Ri_n + u_n + L \frac{1}{\tau} (i_{n+1} - i_n)$$

Czasy kluczowania oblicza się tak, aby zrealizować całkę

$$\int_{n\tau}^{(n+1)\tau} e(t) dt \text{ w czasie trwania jednej próbki.}$$

Dobierając odpowiednio kluczkowanie E w gałęzi można wygenerować dowolny (ograniczeniem jest tu stała czasowa gałęzi) sygnał $e(t)$ również przy zmieniającym się napięciu na kondensatorze (rys. 8).

Całka $\int_{n\tau}^{(n+1)\tau} e(t) dt$ może być zrealizowana np. za pomocą kluczkowania dwubiegunowego źródła napięcia E (kondensatora). Wówczas następujące całki muszą być równe:

$$\frac{1}{\tau} \int_{n\tau}^{(n+1)\tau} e(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_{n\tau}^{(n+1)\tau} E(t) dt$$

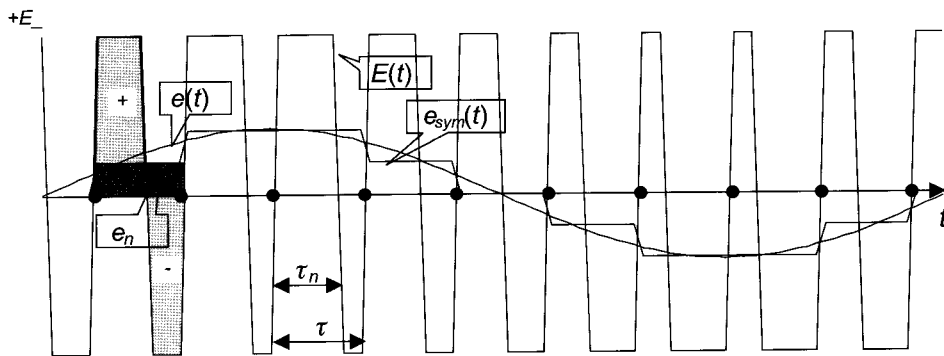
Stąd w czasie dyskretnym:

$$e_n = \frac{1}{\tau} [\tau_n - (\tau - \tau_n)] E = \left(2 \frac{\tau_n}{\tau} - 1 \right) E = (2\vartheta_n - 1) E$$

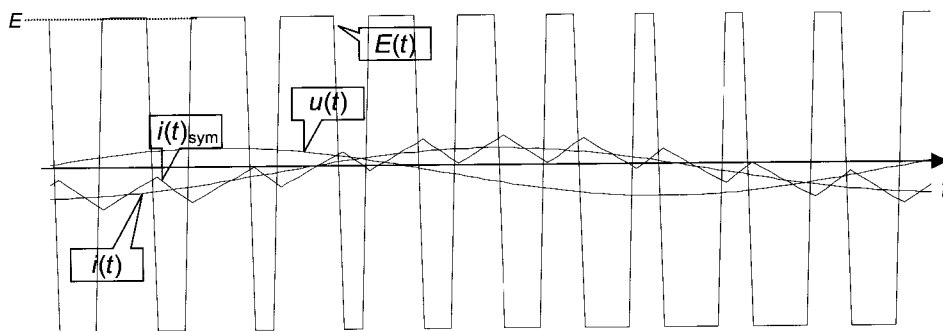
zatem względny czas przełączenia dla każdej n -tej próbki wynika ze wzoru:

$$\vartheta_n = \frac{\tau_n}{\tau} = 0,5 \left(1 + \frac{e_n}{E} \right) \in [0, 1]$$

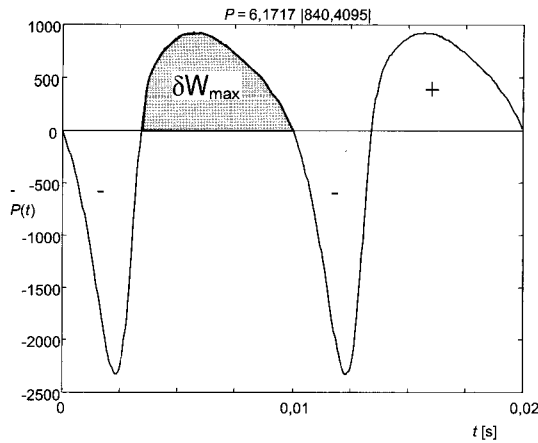
Przebiegi napięć i prądów gałęzi uniwersalnej ilustruje rysunek 9. Widoczny jest efekt wygładzenia sygnałów prądu przez układ RL .



Rys. 8. Realizacja całki z $e(t)$ za pomocą przełączanego napięcia stałego E



Rys. 9. Realizacja sygnału $i(t)$ zasymulowanym napięciem $e_{sym}(t)$ (i_{sym} — rzeczywisty sygnał prądu zasymulowany w gałęzi uniwersalnej) dla zadanych pierwotnie sygnałów $u(t)$ i $i(t)$



Rys. 10. Przebieg mocy w gałęzi uniwersalnej z kondensatorem (w jednym okresie $P=0$)

3.1. Uwzględnienie wahań napięcia kondensatora

3.1.1. Wahania w jednym okresie

Ponieważ napięcie (energia) kondensatora $E = E(t)$ ulega cyklicznym zmianom w okresie $T = 0,02$ s, kluczkowanie trzeba tak zmodyfikować, aby uwzględnić te zmiany i równocześnie utrzymać zadane wartości $u(t)$ i $i(t)$ gałęzi.

Przybliżone wahania względne można obliczyć z maksymalnej zmiany energii δW_{\max} kondensatora początkowo na-

ładowanego do napięcia E_0 (dla gałęzi $p(t) = i(t) e(t)$), jeżeli $L \approx 10^{-3}$ H i $\max\left(\frac{d}{dt} i(t)\right) \approx \max(u(t))$, rys. 10.

$$\delta W_{\max} = \max\left(w(t) \Big|_{t0}^{t1}\right) = \max \int_{t0}^{t1} p(t) dt = \delta(0,5 CE)^2 = CE \delta E$$

stąd:

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\delta W_{\max}}{CE^2}$$

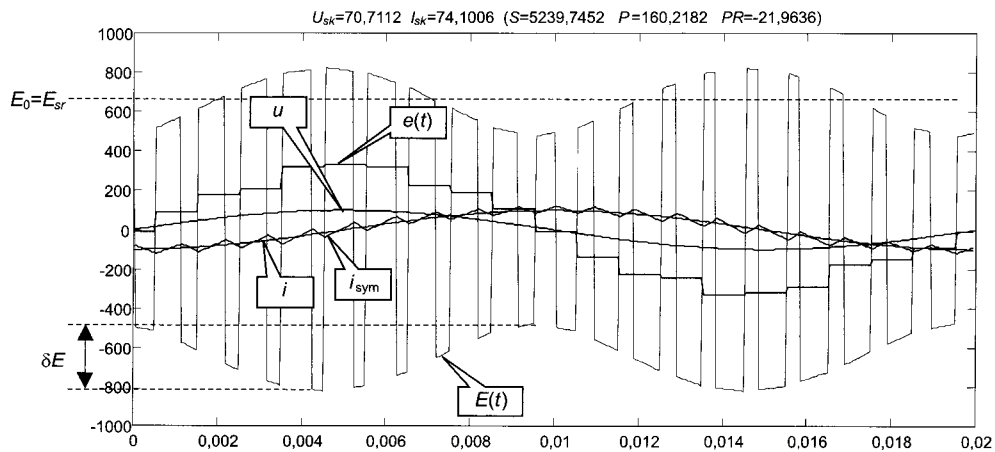
Przebieg zmieniającego się napięcia $E(t)$ i zmodyfikowane kluczkowanie w celu zrealizowania żądanych sygnałów $u(t)$ i $i(t)$ zilustrowano na rysunkach 11 i 12.

Czasy kluczkowania dla wahań szybkich można obliczyć z rekurencyjnej zależności, uwzględniającej ładowanie i rozładowywanie kondensatora C_E , znanym prądem, w zależności od szukanego czasu załączania:

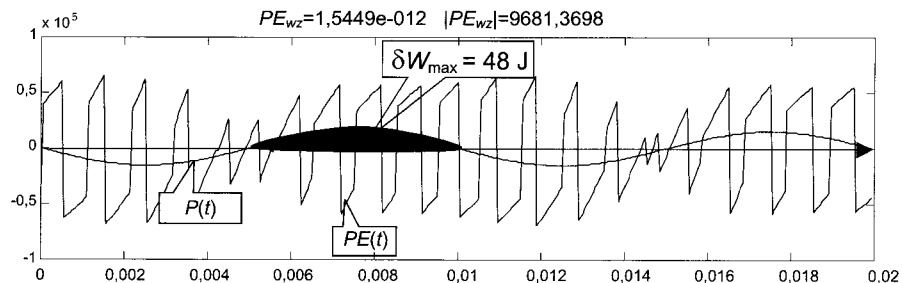
powtarzaj

$$i = i + 1; E_1 = E_0$$

przez pozostałe próbki $n = 2..N$

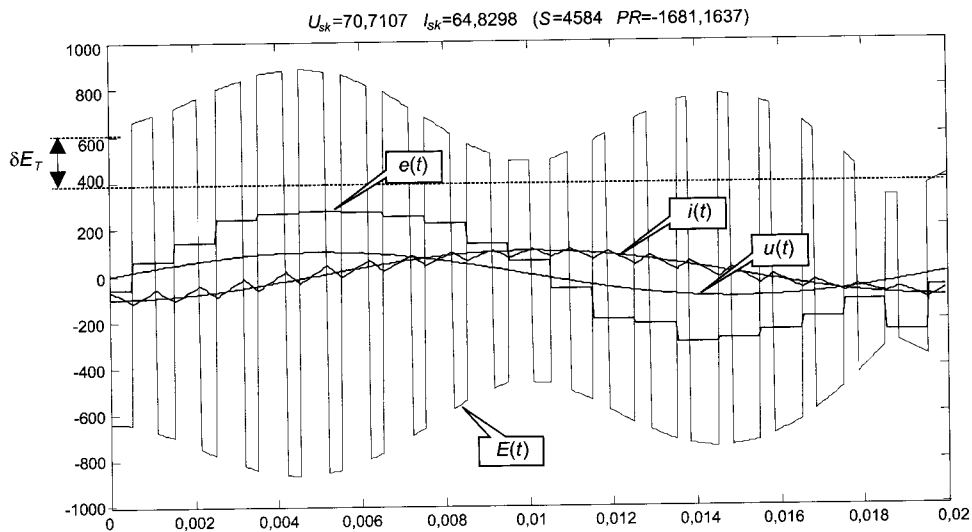


Rys. 11. Maksymalna zmiana napięcia kondensatora $-\delta E$ oraz prąd rzeczywisty i wzorcowy gałęzi $-i_{\text{sym}}$, i

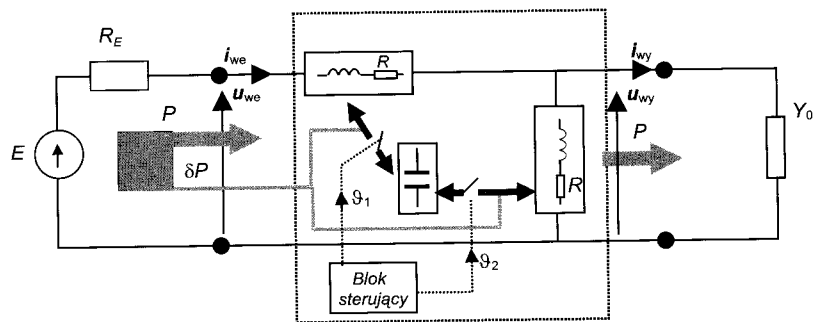


$$\delta E = \frac{\delta W_{\max}}{C_E E} = \frac{|PE| T / 4}{C_E E} = (9681 \cdot 0,02 / 4) / (2 \cdot 10^{-4}) / 660 = 365 V$$

Rys. 12. Wahania jedнокresowe δE (szybkie) napięcia na kondensatorze dla gałęzi realizującej pojemność $C(t) = 3200 \mu F$, zbudowanej z $C_E = 200 \mu F$, $L = 6,5 \text{ mH}$ i $E_{sr} = 660 V$



Rys. 13. Ilustracja średniego spadku napięcia na kondensatorze ΔE_T w przebiegu jednego okresu



Rys. 14. Skompensowanie strat w czworniku przez optymalizację i_{we} z warunkiem dodatkowej mocy δP wydzielonej w gałęziach wewnętrznych

$$E_n = E_{n-1} - \frac{Q_n^+ - Q_n^-}{C_E} = E_{n-1} - \frac{1}{C_E} \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} (\vartheta_n \cdot i_n - (1 - \vartheta_n) \cdot i_n) dt \quad (4)$$

$$\vartheta_n^i = 0,5 \left(1 + \frac{e_n}{E_n} \right)$$

$$d\vartheta_n = \max(\text{abs}(\vartheta_n^i - \vartheta_n^{i-1}))$$

aż do $[d\vartheta_n] > 0$

3.1.2. Wahanie długookresowe

W czasie dłuższym niż $T_N = NT$ wahanie napięcia kondensatora $E(t)$ związane są ze stratami mocy $P_g(t)$ w gałęzi na rezystancji wewnętrznej indukcyjności (R), rys. 13.

$$\Delta E = \frac{I_{sk}^2 RT}{C_E E} = (64^2 \cdot 0,4 \cdot 0,02) / (2 \cdot 10^{-4}) / 660 = 254V$$

3.2. Przeciwdziałanie długookresowemu spadkowi napięcia na kondensatorze

Stratom można przeciwdziałać dostarczając większą moc ze źródła do gałęzi i dobierając odpowiednio kluczowanie.

Zwiększenie mocy pobieranej przez wejście osiąga się na dwa sposoby:

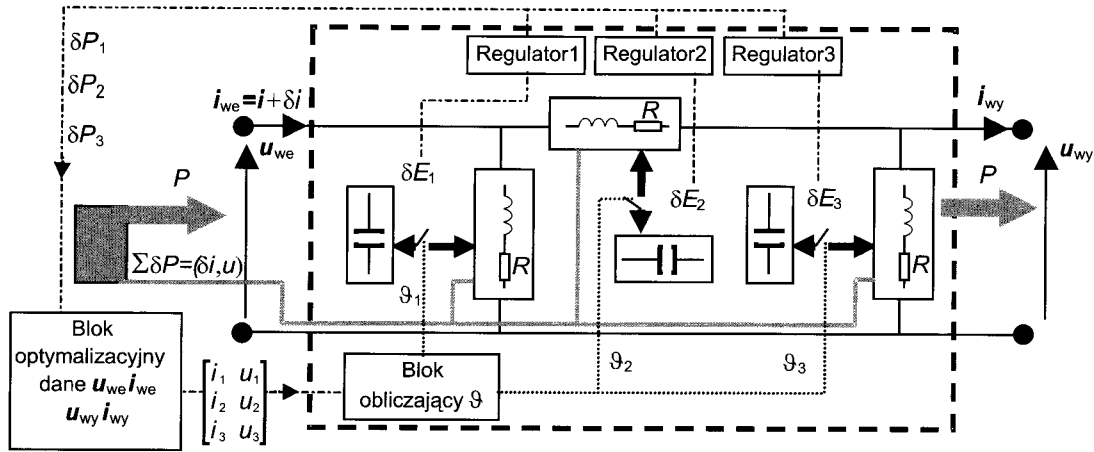
a) w przypadku braku swobodnych napięć i prądów, np. w czworniku kształtu Γ , obliczając nowe i_{we} z funkcjonu na minimalną wartość skuteczną prądu źródła oddającego moc $P + \delta P$ (gdzie $\delta P = R((i_{we}, i_{we}) + (i_{we} - i_{wy}, i_{we} - i_{wy}))$) — moc wy dzielona w gałęziach układu dopasowującego, rysunek 14.

$$(i_{we}, i_{we}) + \lambda ((e, i_{we}) - R_E(i_{we}, i_{we}) - \delta P - P) \rightarrow \min$$

$$(e, i_{we}) - R_E(i_{we}, i_{we}) - \delta P - P = 0$$

b) bądź poprzez zastosowanie dla każdego kondensatora C_E regulatora napięcia i wysterowanie kluczowania gałęzi czwornika stratnego tak, aby pokryć straty w rezystancji. Równanie regulatora dla gałęzi g ma postać:

$$p^g(t) = -\alpha (E(t) - E_0)$$



Rys. 15. Ilustracja działania regulatorów napięcia na kondensatorach

Zatem długookresowa zmiana energii kondensatora określona jest zależnością:

$$p^g(t) dt = \delta W_T = CE dE$$

Stąd otrzymuje się równanie różniczkowe dynamiki napięcia kondensatora:

$$CE \frac{dE}{dt} = -\alpha(E(t) - E_0)$$

albo

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\alpha}{C}(E(t) - E_0) / E$$

Stosując próbkowanie z czasem T_N otrzymuje się następujące równania rekurencyjne:

$$E_{n+1} = E_n - T_N \frac{\alpha}{C}(E_n - E_0) / E_n$$

$$p_n = -\alpha(E_n - E_0)$$

Algorytm regulacji napięcia kondensatorów jest następujący (rys. 15):

- 1 — pomiar uśrednionego spadku napięcia na kondensatorze $\delta E \sim \delta P^g$, wyznaczenie δi
- 2 — wyznaczenie nowych wartości u^g i^g przez minimalizację zadanego funkcjonału
- 3 — obliczenie nowego wektora sterowania czasem załączania kondensatorów ϑ .

4. METODA ZAPISU RÓWNAŃ GAŁĘZI DLA USTALONEGO PRZEBIEGU OKRESOWEGO

Dalsze obliczenia da się przeprowadzić operując na spróbkowanych sygnałach napięć i prądów. W przypadku, kiedy

mamy do czynienia z ustalonymi sygnałami okresowymi, łatwiej jest prowadzić je w zapisie macierzowym.

Sygnały zapisane zostały zatem w postaci wektora, którego kolejne wartości są próbkami dla czasu $n\tau$, gdzie $n \in (0, 1, \dots, N-1)$, N — liczba próbek, τ — odstęp pomiędzy próbkami.

$$u = \begin{bmatrix} u(0) \\ u(\tau) \\ \vdots \\ u((N-1)\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix}, \quad i = \begin{bmatrix} i(0) \\ i(\tau) \\ \vdots \\ i((N-1)\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ \vdots \\ i_{N-1} \end{bmatrix}$$

Iloczyn skalarny (x, y) zdefiniowany jest jako:

$$(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n = \frac{1}{N} x^T y, \quad \text{a moc czynna } P = u^T i / N = i^T u / N.$$

W dziedzinie czasu dyskretnego rozważany poprzednio funkcjonał (1) przybiera postać:

$$F(i_2) = (i_{we} - i_2)^T (i_{we} - i_2) + i_2^T i_2 + (i_2 - i_{wy})^T (i_2 - i_{wy}) + x_1 u_{we}^T (i_{we} - i_2) + x_3 u_{wy}^T (i_2 - i_{wy}) \rightarrow \min \quad (5)$$

$$W1 = u_{we}^T (i_{we} - i_2) = 0$$

$$W3 = u_{wy}^T (i_2 - i_{wy}) = 0$$

gdzie:

x_1, x_3 — współczynniki Lagrange'a,

$W1, W3$ — warunki określające moc czynną wydzieloną w gałęziach 1 i 3.

Rozwiązania zadania (5) szukamy w zwykły sposób, dla minimum warunkowego funkcji jednej zmiennej i_2 :

a) z warunku istnienia minimum $\frac{d}{dt} F(i_2)$ obliczamy prąd swobodny i_2 :

$$i_2(x_1, x_3) = 1/6 x_1 u_{we} - 1/6 x_3 u_{wy} + 1/3(i_{we} + i_{wy})$$

b) podstawiamy $i_2(x_1, x_2)$ do warunków $W1$ i $W2$ uzyskując układ równań liniowych:

$$1/6 \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_{we}^T \mathbf{u}_{we} & \mathbf{u}_{we}^T \mathbf{u}_{wy} \\ \mathbf{u}_{we}^T \mathbf{u}_{wy} & -\mathbf{u}_{wy}^T \mathbf{u}_{we} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{we}^T (2/3 \mathbf{i}_{we} - 1/3 \mathbf{i}_{wy}) \\ \mathbf{u}_{wy}^T (1/3 \mathbf{i}_{we} - 2/3 \mathbf{i}_{wy}) \end{bmatrix}$$

c) rozwiązujemy liniowy układ równań dostając x_1 i x_3
d) podstawiamy x_1 i x_3 do wzoru na $i_2(x_1, x_3)$ otrzymując rozwiązanie zadania (5).

Podobnie wartości parametrów obwodu, takich jak indukcyjność, pojemność i rezystancja (ich kolejne spróbkowane wartości) zapisywane na diagonalnej macierzy, np.:

$$l = \begin{bmatrix} l(0) & & & \\ & l(\tau) & & \\ & & \dots & \\ & & & l((N-1)\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_0 & & & \\ & l_1 & & \\ & & \dots & \\ & & & l_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 1/C(0) & & & \\ & 1/C(\tau) & & \\ & & \dots & \\ & & & 1/C((N-1)\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 & & & \\ & b_1 & & \\ & & \dots & \\ & & & b_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} r(0) & & & \\ & r(\tau) & & \\ & & \dots & \\ & & & r((N-1)\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 & & & \\ & r_1 & & \\ & & \dots & \\ & & & r_{N-1} \end{bmatrix}$$

W przypadku indukcyjności i pojemności wzór opisujący ustalone napięcie okresowe przybiera postać równania macierzowego:

$$i_L(t) = \frac{d}{dt} [l(t)i(t)] \quad \rightarrow \quad i_L = \mathbf{D} \mathbf{l} i$$

$$i_C(t) = \int \frac{1}{C(t)} i(t) dt \quad \rightarrow \quad i_C = \mathbf{S} \mathbf{B} i$$

gdzie:

$$\mathbf{D} = 0,5(\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1) = 0,5 \left(\frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} 1 & 0 & & -1 \\ -1 & 1 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} -1 & 1 & & 0 \\ 0 & -1 & & 0 \\ & & \ddots & 1 \\ 1 & 0 & & -1 \end{bmatrix} \right) \quad \text{— uśredniony operator różnicowania}$$

$\mathbf{S} = \mathbf{s} - \frac{1}{N} \mathbf{1}_{N \times N} \cdot \mathbf{s}$ — uśredniony operator całkowania

$$\mathbf{s} = 0,5\tau \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \ddots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \right)$$

Operator \mathbf{Z} liczony jest wg wzoru:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{r} + \mathbf{l} \mathbf{D}$$

Do obliczenia \mathbf{Z}^{-1} trzeba stosować wzór $\mathbf{Z}^{-1} = (\mathbf{r} + \mathbf{l} \mathbf{D}_1)^{-1}$, gdyż \mathbf{D} jest macierzą osobliwą.

W ten sposób zależności (4) mogą być zapisane wektrowo:

$$\mathbf{E}^i = E_0 - \frac{1}{C_E} \mathbf{S} (\vartheta^i \mathbf{i} - (1 - \vartheta^i) \mathbf{i})$$

$$\vartheta^i = 0,5 \left(1 + \frac{e}{E^i} \right)$$

$$d\vartheta = \max(\text{abs}(\mathbf{D}_0 \vartheta^i))$$

a z równania gałęzi uniwersalnej (3):

$$\mathbf{e} = \mathbf{i} + \mathbf{R} \mathbf{i}(t) + \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}(t)$$

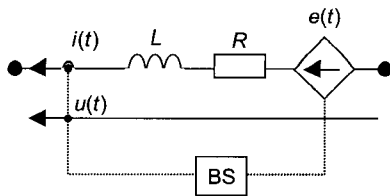
można w prosty sposób wyliczyć jej prąd zasymulowany, na podstawie znanego \mathbf{i} i obliczonego ustalonego $\mathbf{E}^{i_{ist}}$:

$$\mathbf{i}_{sym} = (\mathbf{r} + \mathbf{l} \mathbf{D}_1)^{-1} (\mathbf{E}^{i_{ist}} - \mathbf{i})$$

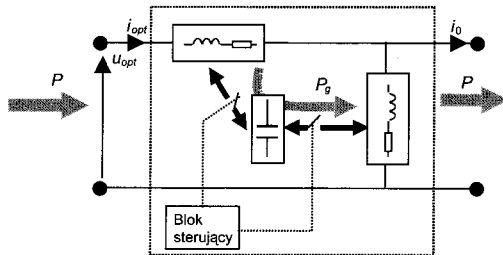
5. ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono nową metodę budowy układów dopasowujących, pełniących funkcję separatora sygnałów wejściowych i wyjściowych. Funkcją układu jest utrzymanie żądanych sygnałów na wrotach i przesłanie energii w sposób prawie bezstratny ze źródła do odbiornika. Metodę wyznaczania sygnałów gałęziowych umożliwiło stworzenie wcześniej wygodnego zapisu w dziedzinie czasu dyskretnego (punkt 4), dzięki czemu uniknięto transformacji w dziedzinie częstotliwości. W dziedzinie dyskretnego czasu proste mnożenie sygnałów pozostało nadal prostym mnożeniem wektorowym i nie musiało być zamienione na skomplikowany spłot w dziedzinie częstotliwości. Ważnym osiągnięciem było udowodnienie, że możliwe jest skonstruowanie „idealnego filtru”, który całkowicie uniezależnia sygnały wejściowe od wyjściowych, a sam nie pobiera energii.

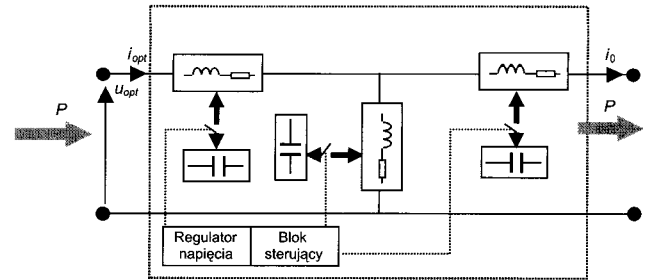
W budowie takiego układu dopasowującego niezbędne jest użycie uniwersalnej gałęzi parametrycznej (rys. 16), która jest modyfikacją dobrze znanego układu do generowania



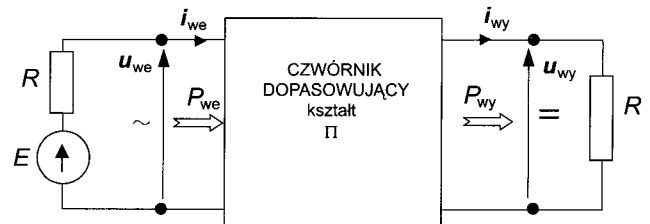
Rys. 16. Schemat biernej gałęzi uniwersalnej realizującej sygnały $i(t)$, $u(t)$



Rys. 17. Układ dopasowujący w braku swobodnych napięć i prądów wewnętrznych



Rys. 18. Układ dopasowujący, gdy istnieją swobodne napięcia i/lub prądy wewnętrzne



Rys. 19. Obwód zasilający z czwornikiem dopasowującym

sygnałów okresowych dowolnych kształtów. Jedynymi różnicami są:

- zastosowanie gałęzi uniwersalnej w aspekcie systematycznej teorii optymalizacyjnej
- sterowanie kluczkowaniem kondensatora w sposób bezpośredni z określonej formuły.

5.1. Dwa sposoby realizacji biernego układu dopasowującego

1. W braku swobodnych napięć i prądów poszczególne gałęzie mają moc czynną różną od zera $P_g \neq 0$, ale jako cały układ pobierają zerową moc czynną (rys. 17).

2. Przy swobodnych napięciach i/lub prądach moc czynna każdej gałęzi i całego układu może być równa zero $P_g = 0$ (rys. 18).

W pierwszym przypadku mamy do czynienia z czwornikiem kształtu Γ , w którym brak prądów i napięć swobodnych powoduje, że wszystkie sygnały gałęzi są z góry określone przez sygnały wejściowe i wyjściowe.

Zachowanie bierności tych układów możliwe jest dzięki zastosowaniu wspólnego kondensatora gromadzącego energię i zapewniającego wszystkim gałęziom dostarczenie lub odebranie określonej mocy czynnej. W takim jednak przypadku czas pracy kondensatora w jednej gałęzi jest NGw -krotnie mniejszy (NGw — liczba gałęzi wewnętrznych), przez co pogarsza się dokładność odwzorowania przez każdą gałąź zadanych sygnałów napięcia i prądu.

W drugim przypadku czworniki kształtu Π , T , TI itp. są optymalizowane według koncepcji minimum wartości średnich (skutecznych) z warunkiem zadanych mocy gałęziowych, co umożliwia takie dobranie sygnału, aby moc czynna w każdej gałęzi wewnętrznej była równa zero (lub z góry określona).

Każda gałąź może mieć więc własny kondensator, przez co poprawia się odwzorowanie zadanych sygnałów napięć i prądów gałęziowych.

W wielowrotniku dopasowującym, budowanym na podstawie zarówno koncepcji wartości chwilowych jak i skutecznych, każdy kondensator stanowiący rezerwuuar energii dla gałęzi uniwersalnych musi być wyposażony w regulator napięcia. Regulator, mimo zapewnienia pewnego nadmiaru mocy na wejściu, przeznaczonej na straty w gałęziach wewnętrznych, musi czuwać nad utrzymaniem zadanego poziomu napięcia i energii zgromadzonej w kondensatorze, a w razie jej spadku (na przestrzeni kilku okresów), zapewnić jej doprowadzenie z wejścia. W praktyce należy konstruować układy dopasowujące jak najprostsze.

Z powodu czasochłonności obliczeń optymalizacyjnych dużych układów dopasowujących i skomplikowania systemów regulacji napięcia kondensatorów w grę wchodzi tylko układy kształtu Γ , T lub Π .

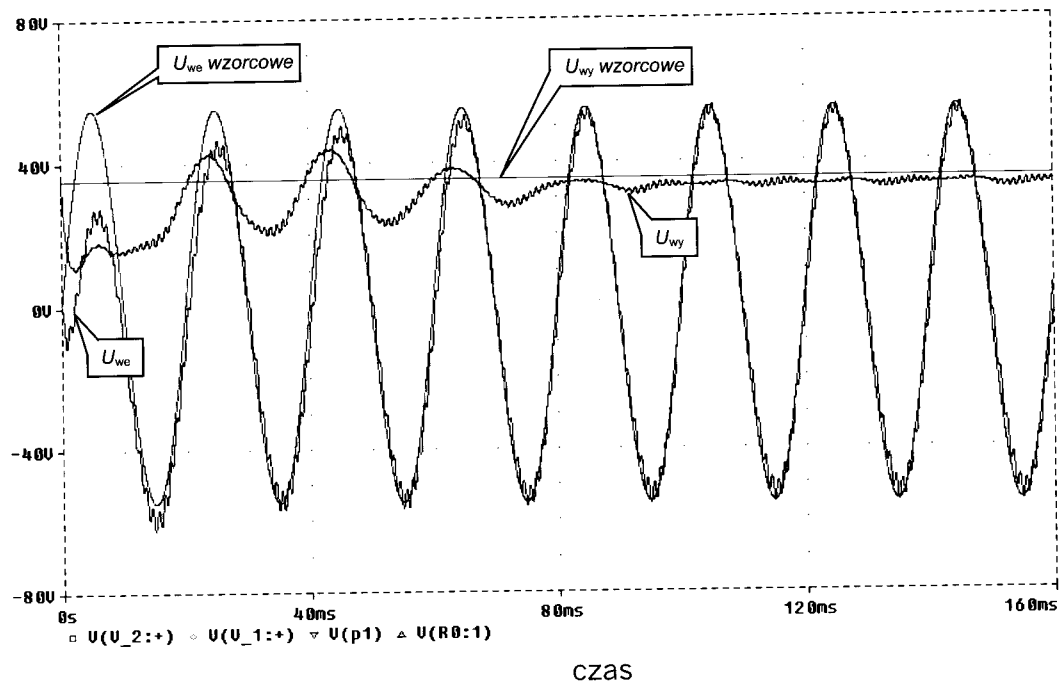
Jak wykazały przykładowe obliczenia, pojemności kondensatorów w gałęziach uniwersalnych są rzędu setek mikrofaradów, a indukcyjności rzędu milihenrów, co daje możliwość ich realizacji.

5.2. Przykład

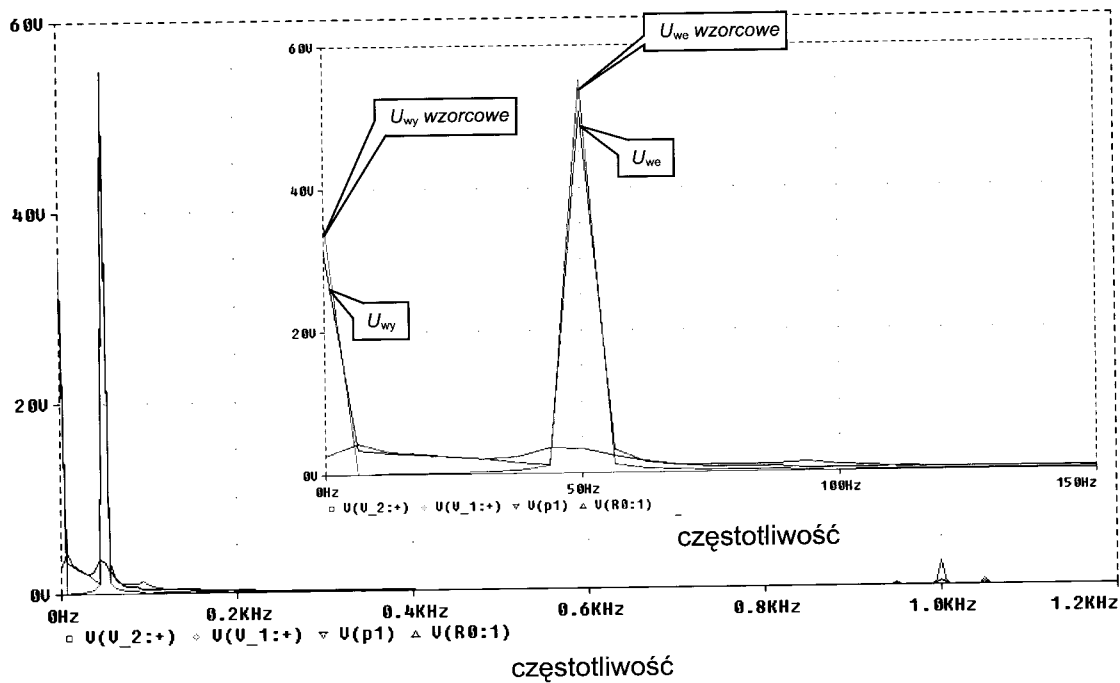
Dla poniższego zadania, rozwiązane w punkcie 2 (rys. 6), została przeprowadzona symulacja w programie PSPICE dla chwili załączenia układu do pracy przy wstępnie nładowanych kondensatorach gałęziowych.

Dane $E = 100 \text{ V}$, $R = 2 \Omega$, $N = 20$ próbek w okresie.

Wyniki symulacji pokazują, że układ nadaża za zmianami z opóźnieniem $5T$ przy zmianie wartości skutecznej napięcia wyjścia od ok. 15 do 34V (prądu do 17A) rys. 20, 21.



Rys. 20. Przebiegi napięć wejściowych i wyjściowych czwórnika



Rys. 21. Spektrum napięć wejściowych i wyjściowych czwórnika

LITERATURA

1. Akagi H., Kanazawa V., Nabae A.: *Generalized theory of instantaneous reactive power in three-phase system*. Int. Power Electron. Conf. (IPEC), Tokyo 1983, 1375–1386.
2. Budeanu C.: *Puissances réactives et fictives*. RGE 1928, XXIII, 762–773.
3. Czarnecki L.S.: *Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi*. ZN Pol. Śl. Elektryka, 91. Gliwice 1984 (monografia).
4. Czarnecki L.S.: *Minimisation of reactive power under non-sinusoidal conditions*. IEEE Trans. Vol. IM – 36, 1987, 18–22.
5. Czarnecki L.S.: *An orthogonal decomposition of the current of nonsinusoidal voltage source applied to nonlinear loads*. Int. J. Circ. Theory Appl. 1983, 11, 235–239.
6. Czarnecki L.S.: *Ortogonalne składniki prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym*. ZN Pol. Śl. Elektryka, 86. Gliwice 1983, 5–17.
7. Czarnecki L.S.: *Ortogonalny rozkład prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego asymetryczny, nieliniowy odbiornik trójfazowy*. X SPETO 1997, 131–141.
8. Czarnecki L.S.: *Pojemnościowo-indukcyjna koncepcja mocy biernej obwodów z przebiegami odkształconymi*. ZN Pol. Śl. Elektryka, 86. Gliwice 1983, 18–23.

9. Czarnecki L.S.: *Reactive and unbalanced currents compensation in three-phase circuits under nonsinusoidal conditions*. IEEE Trans. Vol. IM – 38, 1989, 839–841.
10. Czarnecki L.S.: *A time domain approach to reactive current minimisation in nonsinusoidal situations*. IEEE Trans. Vol. IM – 39, 1990, 688–702.
11. Czarnecki L.S.: *What is wrong in with the Budeanu concept of reactive and distortion power, and why it should be abandoned*. IEEE Trans. Vol. IM – 36, 1987, 834–937.
12. Depenbrock M.: *Wirk- und Blindleistung*. ETO Fachung "Blindleistung". Aachen, Oct.1979, 17–63.
13. Emanuel E.A.: *Energetical factors in power systems with nonlinear loads*. Arch. Elektrotechnik 1977, 59,183–189.
14. Fischer H.D.: *Bemerkungen zu Leistungshegriffen hei Stromen und Spannungen mit Oberschwingungen*. Arch. Elektrotechnik 1982, 64, 289–295.
15. Fodor G., Tevan G.: *Powers and compensation in networks in periodic state*. Arch. Elektrotechnik 1982, 65, 27–33.
16. Fryze S.: *Wirk-, Blind-, und Scheinleistung in Elektrisch Stromkreisen mit nichsinusformigen Verlauf von Strom und Spannung*. ETZ 1932, 53, 596–599, 625–627, 700–702.
17. Fryze S.: *Wybrane zagadnienia teoretycznych podstaw elektrotechniki*. PWN, Wrocław 1960.
18. Kimbark E.W.: *Direct current transmission*. Willey—Interscience, N. York, 1971.
19. Kusters N.L., Moore W.J.M.: *On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions*. IEEE Trans. Vol. PAS – 99, 1980, 1845–1854.
20. Pasko M.: *Poprawa warunków pracy rzeczywistego źródła napięć odkształconych za pomocą dwójników*. LC XV SPETO, Gliwice 1992, 527–534.
21. Pasko M., Grzesik B.: *Model realizacji technicznej kompensacji składowych biernych prądów źródła napięcia odkształconego, zasilającego odbiornik liniowy*. XV SPETO, Gliwice 1992, 535–542.
22. Pasko M., Grzesik B., Kaczmarczyk Z.: *Energoelektroniczna realizacja techniczna dwójnika – ujemnej rezystancji*. XVI SPETO, Gliwice, 225–232.
23. Pasko M., Walczak J.: *Optymalizacja energetyczno-jakościowych właściwości obwodów elektrycznych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi*. ZN Pol. Śl. Elektryka, monografia 150, Gliwice 1996.
24. Siwczyński M.: *Energetyczna teoria obwodów elektrycznych*. BSE-98, 115–124.
25. Siwczyński M.: *Metody optymalizacyjne w teorii mocy obwodów elektrycznych*. PK Seria: Inżynieria Elektryczna, Kraków 1995 (monografia).
26. Siwczyński M.: *Metody syntezy optymalnych obwodów kompensacyjnych*. EPN, Zielona Góra 1997, 225–238.
27. Siwczyński M.: *Obwody minimalnoenergetyczne*. EPN, Zielona Góra 1998, 415–424.
28. Siwczyński M.: *Zastosowanie metod sztucznych sieci neuronowych do syntezy obwodów kompensacyjnych i dopasowujących*. JUEE 1998, 2, 69–75.
29. Siwczyński M.: *Zastosowanie samonaprowadzających procedur optymalizacyjnych do zagadnień poprawiania jakości energii elektrycznej*. JUEE, 1999, 5, 1, 87–92.
30. Siwczyński M., Kłosiński R.: *Komputerowa symulacja zjawisk elektroenergetycznych w układach zasilających w obecności odkształceń*. ZkWE 96, Poznań, 57–60.
31. Siwczyński M., Kłosiński R.: *Optymalizacyjne podejście do zagadnień poprawiania jakości energii elektrycznej*. JUEE 1996, 2, 43–54.
32. Siwczyński M., Swat K., Wróbel R.: *Synteza wielowrotnikowych obwodów kompensacyjnych w układach liniowych z okresowo zmiennymi parametrami*. JUEE 1998, 1, 41–52.
33. Walczak J.: *Analiza energetyczno-jakościowych warunków pracy rzeczywistego źródła napięcia nieokresowego o skończonej energii*. XIV SPETO 1991, 123–129.
34. Walczak J.: *Optymalizacja energetyczno-jakościowych właściwości obwodów elektrycznych w przestrzeniach Hilberta*. ZN Pol. Śl. Elektryka z. 125 Gliwice 1992 (monografia).
35. Walczak J.: *Optymalizacja energetycznych warunków pracy rzeczywistego źródła napięcia nieokresowego o skończonej energii*. XIV SPETO 1991, 101–109.
36. Walczak J.: *Optymalizacyjna metoda wyznaczania prądu aktywnego źródła napięcia okresowego niesinusoidalnego o niezerowej impedancji wewnętrznej*. XV SPETO 1992, 457–464.
37. Walczak J.: *Rozkład prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym z rzeczywistego źródła napięcia*. XIII SPETO 1990, 295–308.
38. Walczak J.: *Warunki modyfikacji czwórnikowego modelu źródła napięcia okresowego i nie-sinusoidalnego*. XV SPETO 1992, 55, 449–455.
39. Walczak J., Gawłowski A.: *Optymalizacja warunków pracy źródła zasilającego odbiorniki połączone równolegle*. XV SPETO 92, 489–499.
40. Walczak J., Umińska-Bortliczek M.: *Minimalizacja prądu idealnego źródła napięcia nieokresowego zasilającego odbiornik dwuzaciskowy*. XIV SPETO 1991, 55, 93–100.
41. Walczak J., Umińska-Bortliczek M.: *Optymalizacja energetyczno-jakościowych warunków pracy idealnych źródeł napięcia nieokresowego o skończonej energii*. XIV SPETO 1991, 111–121.



Prof. dr hab. inż. Maciej Siwczyński

Urodził się w 1946 roku. Studia ukończył w 1969 na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Doktoryzował się w 1974, a habilitował w 1983 w Politechnice Śląskiej. Tytuł profesora otrzymał w 1998 r. Od 1991 jest profesorem nadzwyczajnym w Politechnice Krakowskiej. Zajmuje się analizą funkcjonalną i energetyczną teorią obwodów, a także zagadnieniami probabilistycznymi w dynamice. Jest autorem czterech monografii oraz około stu publikacji naukowych w tych dziedzinach.



Mgr inż. Marcin Jaraczewski

Urodził się w 1967 roku w Warszawie. Studia na Wydziale Elektrotechniki Automatyki i Elektroniki AGH ukończył w 1994 roku. W latach 1994 do 1999 zatrudniony na stanowisku asystenta w Zakładzie Elektrotechniki AGH. Od 1999 pracuje w Instytucie Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej Politechniki Krakowskiej. Zajmuje się teorią mocy w obwodach elektrycznych. W2000 roku obronił pracę doktorską na Politechnice Krakowskiej.